

Alvéoles

https://fr.wikipedia.org/wiki/Alv%C3%A9ole_d%27abeille

La forme hexagonale des alvéoles fut repérée par Aristote dès le IV^e siècle av. J.-C. (*Histoire des animaux*) puis traitée géométriquement huit siècles plus tard par Pappus, mathématicien grec ; mais ce n'est qu'au XVIII^e siècle que cette forme rhomboïdale* fut remarquée. Ainsi, Maraldi, astronome à l'Observatoire de Paris, détermina expérimentalement en 1712 la valeur des angles de ces rhombes, égale à 109° 28' et 70° 32'. Intrigué par la complexité de ces formes, l'astronome Johannes **Kepler** (faisant l'analogie entre la régularité de la disposition des alvéoles et celle des cristaux, **il émet l'hypothèse que les abeilles ont un esprit mathématique** dans sa conjecture énoncée en 1611) et le physicien Réaumur, dans ses *Mémoires pour servir à l'histoire des insectes*, soupçonnent les abeilles de construire leur gâteau de cire dans un souci d'économie. Afin de vérifier son hypothèse, il demanda au géomètre allemand König de déterminer quelle était la cellule hexagonale à fond composé de trois rhombes égaux qui pouvait être construite avec le moins de matière possible. Par calcul différentiel, König trouva en 1739 que les angles de ces losanges devaient être égaux à 109°26' et 70°34'. [... les valeurs mathématiques optimales sont égales respectivement à $\text{Arc cos}(-1/3)$ et $\text{Arc cos}(1/3)$]. C'est bien l'angle des faces de contact de 4 bulles de savon qui se rencontrent en un point. Les bulles de savon réalisent toujours, à cause de leur tension superficielle, la surface minimale à contrainte de contour donné. [...]

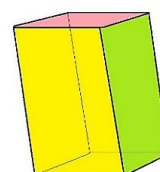


Pourquoi un hexagone ?

Philip Ball rappelle qu'en 1660 le mathématicien danois Rasmus Bartholin avait suggéré que la forme hexagonale des alvéoles se formerait spontanément par la pression exercée par chaque abeille sur les parois (les abeilles ne faisaient donc pas preuve de talents de géomètre) alors que Charles Darwin avait proposé en 1859 que les abeilles construisaient initialement une alvéole circulaire qui devenait ensuite hexagonale. **Le premier souci des abeilles est de paver le plan pour pouvoir ensuite paver l'espace. On connaît trois polygones réguliers permettant de paver le plan : le triangle équilatéral, le carré et l'hexagone. Or, on peut démontrer que, parmi ces trois polygones réguliers, pour une même surface, l'hexagone est le polygone régulier offrant le plus petit périmètre.**

Cependant, on pourrait se demander si l'hexagone est bien le pavage du plan le plus économique. En effet, on pourrait envisager de combiner des polygones de toutes sortes, qui ne sont pas forcément réguliers ni même dont les côtés forment une ligne droite. On ne savait pas grand-chose sur ce sujet jusqu'en 1943, date à laquelle le mathématicien hongrois László Fejes Tóth démontra que la structure hexagonale régulière restait le polygone le plus économique pour paver le plan parmi tous les polygones à côtés droits. [...]

* Un rhomboïde (ou prisme rhombique) est une figure à six faces dont chaque face est un parallélogramme et donc dont les faces opposées se trouvent dans des plans parallèles.



Rhomboïde

<https://www.gammvert.fr/conseils/conseils-de-jardinage/comment-les-abeilles-font-elles-de-la-cire>

Seules les abeilles du genre *Apis*, les abeilles sociales, produisent de la cire. Ce sont les cirières qui la fabriquent, des ouvrières de 12 à 19 jours, grâce à 8 **glandes placées sur leur abdomen**. Ces glandes cirières se développent en même temps que l'abeille et atteignent leur plus grande taille vers le 12^e jour. Il faut une quantité de nourriture suffisante durant les premiers jours de vie de l'insecte pour que ces glandes aient une bonne croissance. Elles sécrètent cette matière sous forme **liquide**, qui se durcit sous l'action de l'air en minuscules feuilles blanches et translucides, comme des écailles qui ne pèsent pas plus de 0.8 mg chacune. 1 250 000 écailles sont nécessaires pour produire 1 kg de cire ! Une fois ces feuilles extraites, les abeilles les malaxent avec leurs mandibules, et c'est le mélange avec leur salive qui permet d'obtenir la cire, une pâte opaque et malléable. Au départ, la cire est blanche, c'est le pollen et le miel qui vont la colorer en jaune au fil du temps, plus sombre quand il s'agit des alvéoles du couvain. En travaillant la cire avec leur salive, il semble également que les abeilles y intègrent volontairement de la propolis et du pollen.