

Trois corps

H. Poincaré. *Les méthodes nouvelles de la Mécanique Céleste* - 1892. Tome 1 – Introduction.

Le Problème des trois corps a une telle importance pour l'Astronomie, et il est en même temps si difficile, que tous les efforts des géomètres ont été depuis longtemps dirigés de ce côté. Une intégration complète et rigoureuse étant manifestement impossible, c'est aux procédés d'approximation que l'on a dû faire appel. Les méthodes employées d'abord ont consisté à chercher des développements procédant suivant les puissances des masses. Au commencement de ce siècle, les conquêtes de Lagrange et de Laplace et, plus récemment, les calculs de Le Verrier, ont amené ces méthodes à un tel degré de perfection qu'elles ont pu suffire largement jusqu'ici aux besoins de la pratique. Je puis ajouter qu'elles y suffiront encore longtemps, malgré quelques divergences de détails; il est certain néanmoins qu'elles n'y suffiront pas toujours, un peu de réflexion le fait très aisément comprendre.

<http://www.astrosurf.com/rondi/3c/historique.htm>

C'est à la fin du XIX^{ème} siècle que le mathématicien français Henri Poincaré mit fin à un mythe acquis depuis Newton, celui d'un univers réglé et déterministe. Selon lui, la trajectoire des corps du système solaire est instable et imprévisible sur une grande échelle de temps. La connaissance du présent et des lois de Newton ne permet donc pas de prédire le futur ou de reconstruire le passé. Newton avait en effet énoncé des lois décrivant l'action de la force de gravitation sur les astres. Ces lois s'appliquent parfaitement dans le cas simple de 2 corps qui interagissent, et il est possible de connaître leur trajectoire en fonction du temps. En revanche, lorsque l'on veut considérer le système solaire, les équations se compliquent car nous devons prendre en compte 10 corps en interactions mutuelles (Le Soleil et les 9 planètes principales). Les travaux de Poincaré l'ont d'abord amené à considérer 3 corps : les équations de Newton appliquées à ces trois corps conduisent à une équation différentielle impossible à résoudre. En effet, il manque des intégrales premières, c'est à dire des fonctions gardant une valeur constante le long de chaque trajectoire, et la seule connaissance de l'Energie, de la Quantité de mouvement, et du Moment cinétique ne suffisent pas pour résoudre l'équation : le problème n'a pas de solution exacte. [...]

<https://www.futura-sciences.com/sciences/actualites/astronomie-passe-chaotique-systeme-solaire-trahi-geologie-19576/> **Quand le chaos détruira le système solaire...** Laurent Sacco - 2009

Le système solaire est-il stable sur une longue période de temps ? Rien n'est moins sûr et cette lancinante question, au cœur de la mécanique céleste depuis Newton, vient de subir un nouveau rebondissement. La prise en compte de la relativité générale - c'est une première ! - indique qu'une collision entre la Terre, Vénus ou Mars n'est pas impossible.

De Newton à Poincaré en passant par Laplace et Gauss, la question de la stabilité du système solaire n'a cessé de tracasser les mathématiciens spécialistes de la mécanique céleste. C'est par cette faille dans la forteresse des équations déterministes de la mécanique classique que le chaos est entré et a acquis ses lettres de noblesse. A la fin du dix-neuvième siècle, Poincaré avait même montré que trouver une solution analytique au simple problème du mouvement de trois corps sous l'action de leur champ de gravitation était impossible. On ne pouvait donc espérer démontrer par le calcul que jamais la Terre par le jeu des perturbations gravitationnelles des autres corps célestes ne finisse par entrer en collision avec le Soleil ou même à quitter le système solaire. La stabilité des orbites actuelles du système solaire tournant toutes dans le même sens, presque dans le même plan et selon des orbites peu excentriques bien qu'elliptiques était peut-être un phénomène transitoire à l'échelle des milliards d'années. Mais comment le savoir ? Le seul espoir d'avoir un élément de réponse consistait à faire intervenir des simulations sur ordinateur. Mais il a fallu attendre un saut dans leur puissance de calcul et des bonnes méthodes d'approximation pour découvrir avec les travaux de Jacques Laskar et ses collègues au début des années 1990 que le système solaire pouvait effectivement subir une évolution chaotique et que dans quelques dizaines de millions d'années des modifications importantes des orbites des planètes n'était pas à exclure. [...]