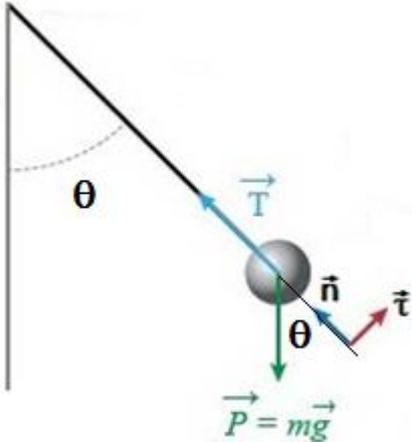


Equation différentielle du pendule

Consigne individuel puis mise en commun en petit groupe pour la réalisation d'un poster.

Etablir l'équation différentielle du pendule ainsi que l'expression de la période propre T_0 .

On pourra consulter l'animation : [\[pendule-equa-diff.swf\]](#).



The diagram shows a pendulum bob of mass m suspended by a string of length l at an angle θ from the vertical. The forces acting on the bob are the tension \vec{T} along the string and the weight $\vec{P} = m\vec{g}$ vertically downwards. A Frenet frame is defined with the normal vector \vec{n} pointing towards the pivot and the tangential vector $\vec{\tau}$ pointing in the direction of motion.

L'étude utilise le repère de Frenet (approprié pour les mouvements circulaires) lié au mobile : (τ, n) ; dans ce repère le vecteur accélération a les composantes suivantes :

$$a_n = v^2 / r \quad \text{et} \quad a_\tau = dv / dt$$

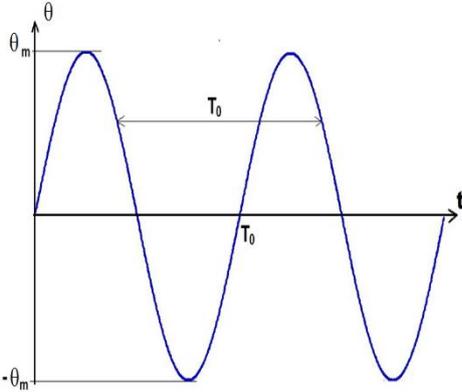
Solutions de l'équation différentielle pour θ m petit ($\sin\theta \approx \theta$)

et si l'amortissement est nul (ou plutôt négligeable) :

$$\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \phi)$$

avec θ_m : amplitude (m)
 ω_0 : pulsation ($\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$)
 $\omega_0 = 2\pi / T_0 = 2\pi f_0$ (période propre T_0 (s) et fréquence propre f_0 ($\text{s}^{-1} = \text{Hz}$))
 ϕ : phase à l'origine des dates (situation à $t = 0$)

A l'aide l'équation différentielle et de l'expression de sa solution on peut alors retrouver l'expression de la période propre :

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$


The graph shows the angular displacement θ as a function of time t . The vertical axis is labeled θ and has marks for θ_m and $-\theta_m$. The horizontal axis is labeled t . The curve is a sine wave starting at the origin $(0,0)$. The period T_0 is indicated as the time interval between two consecutive peaks of the wave.