ANALYSE DIMENSIONNELLE

Consigne

Il s'agit de vérifier les propositions suivantes du point de vue dimensionnel (bien sûr certaines d'entre elles sont inexactes).

- La dimension de la grandeur FORCE est [F] = $M\ L\ T^{-2}$. Celle de l' ENERGIE E, ou du TRAVAIL W d'une force, ou encore d'une quantité de chaleur Q, est [E] = [W] = [Q] = $M\ L^2\ T^{-2}$. Donc dans le système international le Joule correspond à $kg.m^2.s^{-2}$.

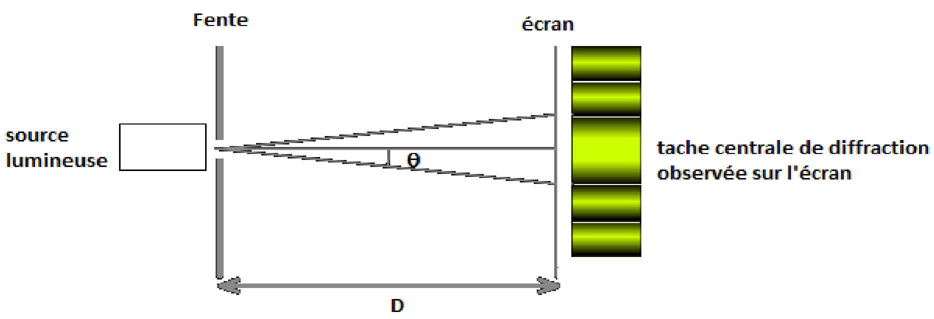
- Dans la loi de gravitation de Newton exprimant la force d'interaction entre deux masses ponctuelle distantes de d, $F = G\ m_1\ m_2 / d^2$, la dimension de la CONSTANTE UNIVERSELLE G est $[G] = M^{-1}\ L^2\ T^{-2}$

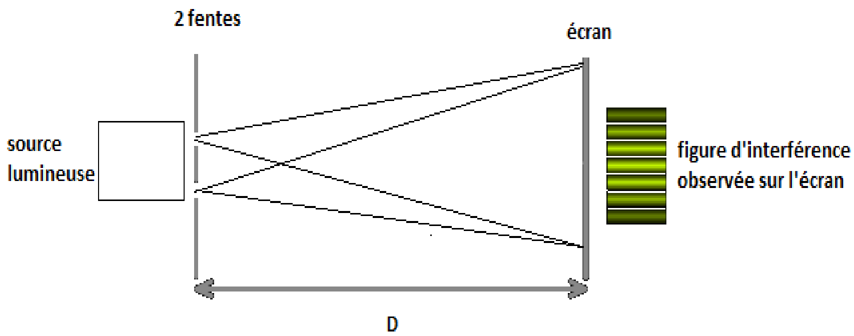
- La PERIODE T d'un pendule simple s'exprimer sous la forme $T = 2\pi\ L / g$. (L : longueur du pendule, g : champ de pesanteur).

- La force électrique subie par une charge q dans un CHAMP ELECTRIQUE E s'exprime sous la forme $F = q\ E$. La dimension de E est donc : $[E] = M\ L\ T^{-3}\ I^{-1}$.

- Une VITESSE VOLUMIQUE d'une réaction chimique en solution a pour dimension $[V] = N\ L^{-2}\ T^{-1}$.

- Diffraction et interférences : L'ECART ANGULAIRE DE DIFFRACTION est donné par $\theta = \lambda\ D/a$ et L'INTERFRANGE D'INTERFERENCE par $I = \lambda\ D/b^2$. (D : distance entre le dispositif de diffraction ou d'interférence et l'écran d'observation ; λ : longueur d'onde de la lumière ; a : largeur de la fente de diffraction ; b : distance entre les deux fentes d'interférence).





- La CONSTANTE DE TEMPS τ (homogène à un temps) correspondant à la charge ou la décharge d'un dipôle RC s'exprime sous la forme $\tau = R\,C$. (La loi de la tension électrique pour le dipôle résistance R est $u = R\,i$ et pour le dipôle condensateur $u = q / C$; i et q sont respectivement une intensité de courant et q une charge électrique).

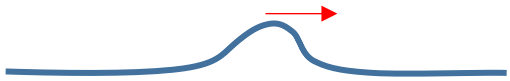
- Pour l'écoulement d'un fluide incompressible et parfait (effets de dissipation d'énergie par viscosité négligeables), en régime stationnaire, on peut définir la QUANTITE DE BERNOULLI, <u>dimensionnellement cohérente</u>, qui est constante sur une ligne de courant

$$\tfrac{1}{2} v^2 + g\,z + p / \rho = \text{constante.}$$

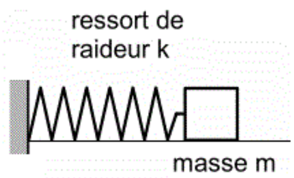
  où, pour chaque point du fluide, **p** est la pression, ***ρ*** est la masse volumique, **v** est la vitesse du fluide, ***g*** est l'accélération de la pesanteur, **z** est l'altitude.

- La loi des gaz parfait s'exprime sous la forme $P\,V = n\,R\,T$ ou R, CONSTANTE DES GAZ PARFAITS, est approximativement égale à 8,31 $\mathbf{kg\ m^2\ s^{-2}\ mol^{-1}\ K^{-1}}$. (P : pression, V : volume, n : nombre de mole, T température absolue).

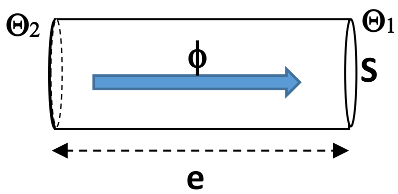
- La VITESSE **v** DE PROPAGATION D'UNE ONDE sur une corde élastique dépend de la force de tension **F** de la corde et de la masse linéique **μ** (masse par unité de longueur) de la corde : si F augmente V augmente et si μ augmente V diminue. On peut donc envisager la relation : $\mathbf{V = F / \mu}$.



- La PERIODE T_0 d'un oscillateur élastique (ressort – masse) dépend uniquement des deux caractéristiques du système, la masse m et la constante de raideur k du ressort (qui intervient dans l'expression de la force de tension du ressort : $F = k\,x$, où x est l'allongement du ressort). Si la raideur k augmente la période diminue et si la masse augmente la période augmente. On peut donc envisager une relation de la forme $\mathbf{T_0 = \alpha\ m / k}$ (où α serait une constante éventuelle sans dimension).



- La CONDUCTIVITE THERMIQUE Λ d'un matériau intervient dans la relation $R_{th} = e\,\Lambda / S$.
  S est la surface du matériau, e son épaisseur et R_{th} sa résistance thermique. D'autre part R_{th} intervient dans la relation entre flux thermique ϕ (quantité de chaleur par seconde) qui traverse le matériau et la différence de température $\Theta_2 - \Theta_1$ entre les deux faces : $\Theta_2 - \Theta_1 = R_{th}\,\phi$



On peut donc déduire que la dimension de Λ est $[\Lambda] = M\,L\,T^{-3}\,\Theta^{-1}$ (unité SI : $kg.m.s^{-3}.K^{-1}$).