https://sciencetonnante.wordpress.com/2013/03/04/sans-einstein-pas-de-gps/

Le vrai GPS

[…] intéressons-nous au véritable GPS. Celui-ci est constitué d'**une flotte de 24 satellites qui orbitent autour de la Terre à une altitude d'environ 20000 km**.

Ils effectuent exactement 2 tours par jour au-dessus de nos têtes. Où vous que vous soyez sur le globe, vous êtes en vue directe d'au moins 4 de ces satellites, et généralement plutôt d'une dizaine.

Chaque satellite contient une horloge atomique, et émet en permanence des messages sous formes d'ondes. Si on imagine que comme pour le pigeon, ces messages contiennent leur heure d'émission, alors connaissant la vitesse de transmission des ondes (qui est celle de la lumière), **on peut trianguler notre position et se situer par rapport aux satellites**. C'est ce que fait votre petit boitier de GPS !

Le problème de la précision

Je vous l'ai dit, chaque satellite contient une horloge atomique ultra-précise, comme celle représentée ci-contre. Ces horloges sont difficiles à fabriquer, alors **on peut se demander pourquoi on a besoin d'une telle précision** pour notre GPS ! Eh bien faisons le calcul.

Revenons un instant au pigeon. Quand vous recevez un message « Il est 10h » et qu'il est 18h, vous savez que vous êtes à 400 km du point d'émission. Imaginez que le message que vous receviez soit *« Euh…là c'est le matin »*. C'est beaucoup moins précis ! Si vous vous dites qu'il était entre 8h et 12h quand le pigeon est parti, cela signifie que vous êtes quelque part entre 300 et 500km du départ. **La précision de votre positionnement dépend directement de celle du timing du message !**

Faisons le même calcul à l'envers pour le GPS : le signal se propage à la vitesse de la lumière, soit 300 000 km/s, et avec un GPS on aimerait pouvoir se situer à 10 mètres près. Cette distance de 10 mètres est parcourue en 30 milliardièmes de secondes par le signal : **l'horloge doit donc être précise à 30 nanosecondes** ! Et pour atteindre cette précision dans l'horloge interne du satellite, nous avons besoin d'Einstein !

Les corrections relativistes

Pour fabriquer des horloges atomiques précises à 30 nanosecondes, il faut comprendre exactement comment le temps s'écoule. Or **avec ses théories de la relativité restreinte et générale, Einstein a découvert que l'écoulement du temps cache quelques subtilités**.

Premier élément à prendre en compte : **le temps est ralenti pour les objets en mouvement**. Cet effet a été prédit par Einstein à partir de sa théorie de la relativité restreinte publiée en 1905. Nos satellites se déplacent à 14000 km/h sur leur orbite, et on peut calculer qu'ils subissent **un ralentissement du temps de 7 microsecondes par jour** par rapport à nous.

Le deuxième effet est une conséquence de la théorie de la relativité générale publiée par Einstein en 1915 : **le temps s'écoule plus lentement dans un champ gravitationnel plus intense**. Or nos satellites sont en altitude, et l'attraction gravitationnelle qu'ils subissent est environ 20 fois plus faible que la nôtre. Cet effet fait que **leur temps est accéléré de 45 microsecondes par jour** par rapport au nôtre.

Si on fait la somme nette de ces deux corrections, le temps qui s'écoule à bord des satellites est accéléré d'environ 38 microsecondes chaque jour. En multipliant par la vitesse de la lumière, on voit que **si on ne prenait pas en compte cet effet, l'indication du GPS se décalerait d'environ 10km par jour**. Une autre manière de le dire, c'est que le système GPS aurait fonctionné avec la précision requise pendant environ seulement 2 minutes après sa mise en route. Pas terrible pour un équipement à 10 milliards de dollars !

En conclusion, sans les travaux ultra-théoriques et fondamentaux d'Einstein au début du 20ème siècle, et sans la relativité générale, ses trous noirs et son big-bang, on n'aurait jamais pu fabriquer le GPS !

Données

En relativité restreinte le facteur de dilatation du temps est : $\dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$

Pour des vitesses faibles par rapport à la vitesse de la lumière, la correction relative sur la mesure du temps est donc $\dfrac{\Delta t}{t} \approx \dfrac{v^2}{2c^2}$ (formule d'approximation utilisée : $(1+\varepsilon)^a \approx 1+a\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$)

Pour la correction de relativité générale, elle est approximativement : $\dfrac{\Delta t}{t} \approx \dfrac{\Delta U}{c^2}$

où U est le potentiel gravitationnel (U = G M / r avec G constante de gravitation ; M masse de la Terre ; r distance au centre de gravité de la Terre).

Masse de la terre M ≈ 6 x 10^{24} kg
Rayon terrestre R ≈ 6400 km
Altitude des satellites : h ≈ 20 000 km
Vitesse des satellites en orbite : v ≈ 14 000 km.h^{-1}
c ≈ 3 x 10^{8} m.s^{-1}
